Муниципальное общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа №50

Рабочая тетрадь

«Решение экономических задач для предпринимательских классов»

Учитель математики ВКК Бензар И.Г.

2025

Комсомольск-на Амуре

ВВЕДЕНИЕ

ЭКОНОМИКА В МАТЕМАТИКЕ…МАТЕМАТИКА В ЭКОНОМИКЕ…

Предмет «Экономика» входит в часть учебного плана предпринимательских классов МОУ СОШ №50 и имеет своей целью сформировать экономическое мышление обучающихся, умение вести экономические расчеты в проектах на основе базовых экономических знаний.

Использование экономических задач на уроках математики и математического аппарата на занятиях по экономике превращает обучение этим наукам в творческий процесс, способствуя более глубокому осмыслению и освоению материала. Экономических задач много. Они разнообразны по тематике и уровню сложности.

Также современная жизнь делает навык решения экономических задач актуальным, так как сфера практического приложения расширяется. Вопросы инфляции, повышения цен, снижения покупательской способности, платежей, налогов, прибыли, кредиты, начисление зарплаты, депозитные счета в банках касаются каждого человека в общества. Планирование семейного бюджета невозможны без умения производить несложные финансовые вычисления.

В предложенной ниже таблице приведено соответствие разделов курса математики некоторым темам курса основ экономических знаний. Ведь знания, полученные на уроках экономики, позволяют решать прикладные задачи по математике, а знание математического аппарата помогает успешно осваивать курс экономики.

Темы курса экономики	*Разделы курса математики*
Экономические модели.	Модели, методы, величины, элементы комбинаторики, статистики, теории вероятности.
Кривая производственных возможностей.	Составление и решение уравнений и систем уравнений. Анализ функций и графиков.
Спрос, предложение, рыночное равновесие.	Построение и анализ графиков в одной системе координат. Составление и решение уравнений. Определение наибольшего значения функции на отрезке. Анализ функций.
Эластичность спроса и предложения.	Составление и решение уравнений и систем уравнений. Планиметрия с тригонометрией.
Производство, выручка, издержки, прибыль, рентабельность, производительность.	Составление и решение уравнений и систем уравнений. Определение наибольшего значения функции на отрезке.
Банки: проценты по вкладам и проценты за кредит. Дисконтирование.	Составление и решение уравнений. Прогрессии. Проценты.
Показатели экономической динамики (приросты, темпы роста и прироста).	Составление и решение уравнений. Проценты.
Темп инфляции; расчеты в текущих и приведенных ценах.	Составление и решение уравнений. Проценты.
Сравнительное преимущество: обмен, внешняя торговля.	Составление и решение уравнений.

На уроках математики ребята настолько привыкли к решению абстрактных математических заданий, что появление прикладных задач по физике, химии и экономике постоянно загоняет их в тупик. Увидев в тренировочных текстах ЕГЭ по математике задачу «про монополиста», они спешат отодвинуть её подальше, убеждая себя, что никогда её не решат, нечего и браться. (Для одного из предприятий-монополистов зависимость объёма спроса на продукцию Q = 40 - 5P. Определите максимальное значение цены P, при которой выручка предприятия составит не менее 75 000.)

Или другая задача. Заработная плата инженера на 20% ниже заработной платы прораба. На сколько процентов оплата труда прораба выше оплаты труда инженера? Большинство ребят, впервые столкнувшись с этим заданием, отвечают «на 20%». Но этот результат неверен.

Данная рабочая тетрадь является дидактическим пособием для учителей математики и экономики, обучающихся 10-11 классов. Данное пособие составлено в соответствии с требованиями к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по предмету «Экономика» и «Математика» (базовый и профильный уровни).

Рабочая тетрадь призвана помочь обучающимся совершенствовать свой опыт выполнения практических расчетов; работы с разными источниками финансовой информации, анализа, обобщения и систематизации полученной информации, интеграции ее в личный опыт.

Характерной особенностью современного этапа развития образования является требование к интеграции различных составляющих целей образования для достижения базовых компетенций, которые можно сформулировать только совместными усилиями всех учителей-предметников и самих обучающихся.

Назначение рабочей тетради состоит в том, чтобы помочь обучающимся в освоении трудных вопросов при решении экономических задач. Теоретические вопросы, выполнение упражнений, решение задач, способствует развитию самостоятельного мышления, поэтому учитель дает возможность обучающимся самим найти решение и аргументировать его, привлекая теоретические знания, и дополнительный материал.

Использование рабочей тетради поможет обучающимся не только усвоить материал той или иной темы, но и развить экономическое и математическое мышление, умение анализировать явления окружающей действительности и делать грамотные выводы.

ПРОЦЕНТЫ В МАТЕМАТИКЕ (ПОВТОРЕНИЕ КУРСА 5-6 КЛАССА)

Процент — одна сотая часть величины или числа.

Проценты тесно связаны с обыкновенными и десятичными дробями. Поэтому стоит запомнить несколько простых равенств. В повседневной жизни нужно знать о числовой связи дробей и процентов. Так, половина — 50%, четверть — 25%, три четверти — 75%, одна пятая — 20%, а три пятых — 60%.

Значение фраз “увеличить и уменьшить на ... процентов”

Увеличить на 50%, значит увеличить в 1,5 раза.
на 100% → в 2 раза
на 150% → в 2,5 раза
на 200% → в 3 раза
на 300% → в 4 раза

Уменьшить на 80%, значит уменьшить в 5 раз.
на 75% → в 4 раза
на 50% → в 2 раза
на 25% → в ≈ 1,33 раза
на 20% → в 1,25 раза

Три основные задачи на проценты.

Различают три типа задач на проценты:

1. Нахождение процента от числа.
Чтобы найти процент от числа, надо проценты перевезти в дробь, а затем число умножить на эту дробь.
Задача: Предприятие изготовило за квартал 500 насосов, из которых 60 % имели высшую категорию качества. Сколько насосов высшей категории качества изготовило предприятие?
Решение:
60 % = 0,6
500 * 0,6 = 300 (насосов высшей категории качества).
Ответ: 300 насосов .

2. Нахождение числа по его части.
Чтобы найти число по его проценту, надо проценты перевести в дробь. Затем число поделить на эту дробь.
Задача: Ученик прочитал 138 страниц, что составляет 23 % числа всех страниц в книге. Сколько страниц в книге?
Решение:
23%=0,23
138 : 0, 23 = 600(страниц в книге)
Ответ: 600 (стр.) — общее количество страниц в книге.

3. Нахождение процентного отношения двух чисел
1) Найти отношение двух чисел
2) Умножить это отношение на 100 и приписать знак %
Задача. Из винтовки было сделано 50 выстрелов, при этом в цель попало 45 пуль. Сколько процентов пуль попала в цель?
Решение:
1) $\frac{45}{50}$(попало в цель)
2) $\frac{45}{50} \cdot 100 = 90(\%)$
Ответ: 90

ВЫПОЛНИ ЗАДАНИЕ

Задание1

а) Что называется процентом? (*Процентом называется одна сотая часть какого-либо числа*)
б) Как обозначается 1%? (*1%? = 0,01*)
в) Как называется 1% от центнера? (*кг.*) Метра? (*см.*) Гектара? (*ар или сотый)*
г) Что называется 1% процентом данного числа а? (*Процентом данного числа а называется число 0,01•а, т.е.* ***1% (а) = 0,01*а*** *)*
д) Как определить р% от данного числа а? (*найти число 0,01•р•а, т.е.* ***р% = 0,01*р*а***)
е) Как перевести десятичную дробь в проценты? (*умножить на 100*). А как проценты в десятичную дробь? (*разделить на сто, т.е. умножить на 0,01*)
ж) Как найти часть от числа в процентах? (*Чтобы найти часть* ***в*** *от числа* ***х*** *в процентах, нужно эту часть разделить на число и умножить на 100, т.е.* ***а(%)=(в/х)*100****)*
д) Как находится число по его проценту ? *(Если известно, что а% числа х равно в, то х можно найти по формуле* ***х = (в/а)*100****)*

Задание 2

Представьте данные десятичные дроби в процентах:
а)1; 0,5; 0,763; 1,7; 256.
б) Представьте проценты десятичными дробями: 2%; 12%; 12,5%; 0,1%; 200%.

Задание 3
Найдите % от числа:
в) 0,1% от числа 1200? *(1,2)*
г) 15% от числа 2? *(0,30)*
Задание 4
Найдите число по его проценту:
д) Сколько центнеров весит мешок сахарного песка, если 13% составляет 6,5 кг.? *(50 кг.= 0,5 ц.)*
в) Сколько процентов от 10 составляет 9?

РЕШИТЕ ЗАДАЧУ
1.Тариф за холодную воду составляет 18,70 рублей/м^3, тариф за горячую воду составляет 147,29 рублей/м^3, тариф за водоотведение – 35,14 рублей/м^3. Определите расходы семьи за месяц за водоснабжение, если по показаниям счетчиков семья потребила 6 м^3 холодной и 4 м^3 горячей воды.
<u>Дополнительная информация.</u>
Водоотведение – это вывод стоков из помещений потребителей в централизованные технические сети (канализацию), транспортировка их на очистку, утилизация отходов и отведение сточных вод. Считается водоотведение как сумма расхода холодной и горячей воды.

ЗАДАЧИ ЕГЭ НА ПРОЦЕНТЫ (БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ) 2025 ГОД

1)В понедельник акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а во вторник подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

2)В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 8%, а в 2010 году на 9% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

3)Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?
Решение:

В задаче все величины выражены в процентах, но задачу очень удобно решить через систему уравнений. Обозначим муж-М; жена-Ж; дочь-Д. Тогда получим систему из трех уравнений:

$$\begin{cases} М+Ж+Д=100\%; (1) \\ 2М+ Ж+Д=167\%;(2) \\ М+Ж+1/3Д=96\%(3) \end{cases}$$

Распишем второе уравнение системы:М+М+Ж+Д=167%, но из первого уравнения системы получаем, что М+100%=167%.Следовательно М=67%. Представим третье уравнение системы М+Ж+Д-2/3Д=96%, Получаем 100%-2/3Д=96%.

Следовательно 2/3Д=4%, отсюда Д=6%.

Подставляем все в первое уравнение системы 67%+Ж+6%=100%.Значит Ж=100%-67%-4%, Ж=27%.

Ответ: 27% составляет зарплата жены .

4)Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20 000 рублей, через два года был продан за 15 842 рублей.

Рассмотрите способы решения данной задачи. Каким способом легче было решить задачу?

1 способ:
Для решения задачи составим уравнение, где x – часть цены, которая оставалась после каждого уменьшения стоимости. Если холодильник был продан через два года, значит, первоначальная цена уменьшилась до 20000 * x * x рублей: $20000x^2 = 15842$;
$x^2 = 15842 : 20000$;
$x^2 = 0,7921$;
$x = 0,89$.
0,89 * 100 = 89 % – такая часть стоимости оставалась каждый год после уменьшения цены.
100 - 89 = 11 % – на столько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника.
Ответ: на 11 %.

2 способ:
формула сложных процентов $S_n=(1+p/100)^n \cdot S$
Пусть цена холодильника ежегодно снижалась на p процентов в год. Тогда за два года она снизилась на $(1-p/100)^2$ откуда имеем:

$$20000(1-0,01p)^2 = 15842 \Leftrightarrow (1-0,01p)^2 = 0,7921 \Leftrightarrow$$

$$\underset{1-0,01p>0}{\Leftrightarrow} 1-0,01p = 0,89 \Leftrightarrow p = 11.$$

5)Митя, Антон, Гоша и Борис учредили компанию с уставным капиталом 200 000 рублей. Митя внес 14% уставного капитала, Антон − 42 000 рублей, Гоша − 12% уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Борис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 1 000 000 рублей причитается Борису? Ответ дайте в рублях.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1.Пусть товар стоил 1000 рублей. В течение двух лет товар каждый год дорожал на 10 процентов. Записать формулу для новой стоимости товара и с ее помощью вычислить новую стоимость.

2.Вася открыл вклад на **S** рублей, какая сумма будет на вкладе через 3 года, если ежегодно эта сумма увеличивается на **p**%? Решить задачу в общем виде.

3.В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 10%, а в 2010 уменьшилось на 10% в результате сноса старых. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ И ПОНЯТИЯ В ЭКОНОМИКЕ

Вклад (депозит). В случае банковского вклада банк выступает в роли заѐмщика (получает деньги, обязуясь их вернуть, а вкладчик в роли кредитора предоставляет деньги). При внесении вкладчиком банка денег отношения между вкладчиком и банком закрепляются договором, в котором банк, принявший поступившую от вкладчика денежную сумму, обязуется возвратить ему сумму вклада и выплатить на неѐ проценты на условиях и в порядке, предусмотренных договором. Как правило, вкладчик имеет возможность распоряжаться начисленными процентами.

Вклад до востребования – вклад, возвращаемый полностью или частично по первому требованию. Используется в основном для текущих платежей и расчётов.

Срочный вклад – банковский вклад, по которому устанавливается определенный срок хранения. Такой вклад хранится в банке в размере внесённой суммы и возвращается вкладчику полностью вместе с процентным доходом. По условиям вклада иногда бывает возможен досрочный возврат. Но тогда лицо, от- крывшее вклад, несёт убытки: оно либо уплачивает штраф, либо лишается начисленных процентов.

Процентный доход (доход по вкладу) – доход, получаемый за предоставление денег в пользование кредитным организациям (банкам). Процентный доход зависит от величины процентной ставки и механизма начисления процентов, установленных банком.

Процентная ставка по вкладу – процент вознаграждения от суммы вклада, которое банк обязуется выплатить вкладчику, как

правило, отнесённый к году.

Простой процент – исчисление процента дохода по вкладу, при котором наращивание применяется только к начальной сумме вклада.

Сложный процент – исчисление процента дохода по вкладу, при котором наращивание применяется к накопленной сумме.

Капитализация процентов – добавление процентного дохода предыдущего периода к накопленной сумме вклада, позволяющее начислять сложный процент (проценты на проценты).

Инфляция – темп роста общего уровня цен в экономике.

Наращенная сумма депозита (ссуды, долга и т.д.) – первоначальная сумма с начисленными процентами к концу срока.

При применении простых процентов доход рассчитывается от первоначальной суммы вложенных средств не зависимо от срока вложения. В финансовых операциях простые проценты используются преимущественно при краткосрочных финансовых сделках.

Пусть некоторая величина подвержена поэтапному изменению. При этом каждый раз ее изменение составляет определенное число процентов от значения, которое эта величина имела <u>на начальном этапе</u>. Так вычисляются ***простые проценты.***

При применении сложных процентов накопленная сумма процентов добавляется во вклад по окончании очередного периода начислений. При этом каждый раз ее изменение составляет определенное число процентов от значения, которое эта величина имела <u>на предыдущем этапе</u>. В этом случае имеем дело со “***сложными процентами***” (т.е. используются начисления “процентов на проценты”)

Первоначальная сумма и полученные проценты в совокупности называются накопленной (наращенной) суммой.

Так, если банковская ставка равна 10%, а первоначальная сумма 100 руб., то накопленная сумма за пять лет при применении простых и сложных процентов будет иметь вид:

Таблица 1. Накопленная сумма с использованием простых и сложных процентов.

	На начало	1-й год	2-й год	3-й год	4-й год	5-й год
Простые проценты	100	110	120	130	140	150
Сложные проценты	100	110	121	133	146	161

ТЕСТ

1.Что такое банковский вклад

а) заначка б) выгодное вложение в) сумма вложенная под проценты г) потерянные деньги

2.Каков оптимальный процент по вкладу? а) 10-20 б) до 5 в) 10-12 г) 30-35

3. Каков оптимальный процент по вкладу? а) 20 б) до 5 в) 10-12 г) 30-35

4. Какие бывают вклады?

а) бессрочные б) вечные в) срочные г) возвратные

5. На что нужно ориентироваться выбирая вклад

а) совет гадалки б) входит ли банк в обязательную систему государственного страхования в) на проценты по вкладам г) рейтинг банка

6. Что такое капитализация вклада

а) вычитание процентов из процентов б) накопление всех процентов в) начисление процентов на проценты г) чистая прибыль от вклада с учетом инфляции

7. Если банк разорился то:

а) я теряю все проценты по вкладу б) я теряю всю сумму вклада в) я верну 1400 000 г) я нечего не теряю

8. Какая разница между счётом и вкладом

А) на вклад начисляются проценты, а на счёт нет б) на счёте деньги не застрахованы в) всё зависит от банка г) счёт открывается бессрочно

9. Что такое депозит?

а) это специальный счёт б) это ценная бумага, которую приобретают в банке в) это вклад с условием получения процентов г) это бессрочный вклад

10. Средства собственника в виде наличных, вкладов, иностранной валюты, золота:

а) ликвидность б) финансовые активы в) заначка г) свободные капиталы

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

1.Доходность депозита. Доходность = (Прибыль/сумму вложений) × 100%

2.Годовая доходность депозита. Доходность годовая =(Прибыль/сумму вложений) ×(12 месяцев/Т) × 100%

где: Т – срок в месяцах, за которые получена прибыль.

3.Формула величины наращенной суммы депозита под простой процент, выданный на некоторый срок:

А. При сроке депозита в годах. Сумма = X × (1 + p × t), где: X – начальная сумма вклада; p –процентная ставка по вкладу (годовая)/100; t– срок депозита в годах.

Б. При сроке депозита в днях. Сумма = X × (1 + p × d / B) где: d – срок депозита в днях; B – количество дней в году.

В.При сроке депозита в месяцах. Сумма = X × (1 + p × m / T) где: m – срок депозита в месяцах; T – количество месяцев в году.

4.Формула величины наращенной суммы депозита под сложный процент (капитализация процентов), выданный на некоторый срок: Сумма = X × $(1 + p / m)^n$, где: X – начальная сумма вклада; m – количество раз начисления процентов в течение года (m=1 при ежегодной капитализации %, m=12 при ежемесячной капитализации %, m=365 при ежедневной капитализации %); p – процентная ставка по вкладу /100, n – количество периодов, в которых осуществляется капитализация (n = $m \times t$ при сроке депозита в годах (t)).

Решить задачи:

1. Гражданин положил 10 лет назад на депозит 300 000 руб. под 9% годовых на 10 лет. Какая сумма аккумулировалась на депозите в настоящее время при годовой капитализации? На сколько выросла сумма по сравнению с первоначальным взносом?

2. Алексей вложил в банк 70 000 руб. под 10% годовых при условии начисления сложных процентов ежеквартально. Какую сумму он получит через 8 лет?

3.Банк «Дружба» предлагает жителям города Энск два варианта депозита для разных категорий горожан:

А)Для молодых семей и студентов депозит под 8% с начислением процентов;

Б)Для всех других горожан – депозит под 8% с начислением процентов в конце года.

Определите более выгодный вариант размещения депозитов на один год.

Решение.

Более выгодным считается тот вариант, при котором наращенная за год сумма будет больше.

Для оценки вариантов начальную сумму примем равную 5000 руб.

1) **По первому варианту** проценты начисляются ежемесячно: $S_n = S0 \cdot (1 + 0{,}01p/12)^{q}$, где q - количество месяцев.

$S_{12} = 5000 \cdot (1+0{,}08/12)^{12} = 5000 \cdot (1 + 0{,}0067)^{12} = 5000 \cdot 1{,}0067^{12} = 5000 \cdot 1{,}0834 = 5417$ руб.

2**) По второму варианту** накопленная сумма будет равна: (1+0,08) • 5000 руб.= 5400 руб. Расчёты показывают, что молодым семьям и студентам открывать подобный вклад выгоднее при условии применения сложных процентов.

Ответ: Вариант 1.

4.Рассмотрите 2 варианта размещения денежных средств на банковский депозит.

А. Депозит под простой процент. Вы инвестировали 50 000 руб. на 15 лет под 20% годовых. Ежегодная прибыль снималась. Дополни- тельных взносов нет.

Б. Депозит под сложный процент с капитализацией. Вы инвестировали 50 000 руб. на 15 лет под 10%. Дополнительных взносов нет. Каждый год проценты прибавляются к сумме вклада.

Заполните предложенную таблицу. Рассчитайте полученную прибыль в каждом варианте и определите, на сколько они отличаются.

Сформулируйте вывод о том, какой вариант является более выгодным. Расчет вести с точностью до целых рублей.

	Вариант А		**Вариант Б**	
	Вклад (руб.)	**Прибыль за год (руб.)**	**Вклад (руб.)**	**Прибыль за год (руб.)**
Через 1 год	50 000	10 000	55 000	5 000
Через 2 года				
Через 3 года				
Через 4 года				
Через 5 лет				
Через 6 лет				
Через 7 лет				
Через 8 лет				
Через 9 лет				
Через 10 лет				
Через 11 лет				
Через 12 лет				
Через 13 лет				
Через 14 лет				
Через 15 лет				
Суммарная прибыль:			XXX	

ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ И ПОНЯТИЯ В ЭКОНОМИКЕ

Кредит-это финансовая сделка, в результате которой кредитор (банк или другой финансовое учреждение) предоставляет на определенный срок деньги заемщику. За пользование деньгами заемщик кроме погашения основного долга (называемого в финансовой литературе телом кредита) выплачивает кредитору также проценты. Разделение повышающих платежей на две части - погашение долга (тела кредита) и погашение процентных денег - принципиально важно, поскольку от этого зависят выплачиваемые налоги.

Потребительский кредит – кредит, предоставленный банком физическому лицу на приобретение товаров (работ, услуг) для удовлетворения личных, бытовых и иных нужд, не связанных с осуществлением предпринимательской деятельности.

Процентная ставка по кредиту – процент, который составляет плата за пользование кредитом от суммы кредита за конкретный период (год, месяц, день).

Полная стоимость кредита – все платежи заёмщика по кредиту в дополнение к сумме основной задолженности и сумме по процентам.

Переплата по кредиту – сумма в рублях, которую заёмщик должен переплатить банку сверх того, что получил от него в качестве кредита за весь срок его действия.

Обеспечение – материальные ценности, наличие которых у заёмщика гарантирует возможность возвращения долга.

Автокредит – кредит для физических лиц на покупку транспортного средства с одновременным его использованием в качестве залога.

Ипотечный кредит (в просторечии «ипотека») – долгосрочный кредит, предоставляемый юридическому или физическому лицу банками под залог недвижимости: земли, производственных и жилых зданий, помещений, сооружений.

Кредитная карта – электронное средство платежа за счёт банка в пределах лимита, позволяющего получить краткосрочный кредит, отсрочку платежа.

В задачах по теме «Кредит» используют три основных вида платежа:

Дифференцированный платеж – способ погашения кредита, при котором заемщик выплачивает сумму основного долга кредита равными долями, а проценты начисляются лишь на остаток задолженности.

Аннуитетный платеж – вариант ежемесячного платежа по кредиту, когда размер ежемесячного платежа остается постоянным на всем периоде кредитования.

<table>
<tr><th colspan="2">Дифференцированный платеж</th><th>Аннуитетный платеж</th></tr>
<tr><td colspan="2">2 части</td><td rowspan="2">Сумма кредита и сумма процентов за всѐ время пользования кредитом суммируются и делятся на число платежей, все платежи получаются равными.</td></tr>
<tr><td>основной платѐж, его размер не изменяется на всѐм сроке кредитования</td><td>составляют проценты на текущую часть долга. Долг постепенно уменьшается, потому и платежи в счет процентов тоже уменьшаются. Первый платѐж самый большой, последний - самый маленький.</td></tr>
</table>

Фиксированные платежи (платежи, которые чѐтко оговариваются в условии задачи)

Основные формулы по разделу:

1.Формула стоимости кредита под простой процент, выданный на некоторый срок с погашением единым платежом в конце срока:

А. При сроке кредита в годах. Сумма = $X \times (1 + p \times t)$, где: X – сумма выданного кредита; p –процентная ставка по кредиту (годовая)/100; t– срок кредита в годах.

Б. При сроке кредита в днях. Сумма = $X \times (1 + p \times d / B)$ где: d – срок кредита в днях; B – количество дней в году.

В. При сроке кредита в месяцах. Сумма = $X \times (1 + p \times m / T)$, где: m – срок кредита в месяцах; T – количество месяцев в году.

2.Формула стоимости кредита под сложный процент (капита- лизация процентов), с погашением единым платежом в конце срока: Сумма = $X \times (1 + p / m)^n$,

где: X – сумма выданного кредита; m – количество раз начисления процентов по кредиту в течение года (m=1 при ежегодной капитализации %, m=12 при ежемесячной капитализации %, m=365 при ежедневной капитализации %) p – процентная ставка по кредиту/100;

n – количество периодов, в которых осуществляется капитализация ($n = m \times t$ при сроке кредита в годах (t)).

3. Формула определения ежемесячного аннуитетного платежа по кредиту.

В соответствии с формулой аннуитетного платежа размер периодических (ежемесячных) выплат будет составлять:

$$A = K \times S$$

где: A – ежемесячный аннуитетный платеж; K коэффициент аннуитета;

S – сумма кредита.

$$K = \frac{i \times (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

где: i – месячная процентная ставка по кредиту (годовая ставка / 12); n – количество периодов, в течение которых выплачивается кредит.

4.Формула расчета ежемесячного дифференцированного платежа по кредиту.

Платеж включает две части, для расчета каждой из них используется своя формула. Первая часть – это выплата основного долга. Вторая часть – это проценты, которые нужно заплатить за расчетный месяц.

$b = B + p$, где: b – размер ежемесячного платежа; B – первая часть основного платежа;

p – сумма начисленных процентов.

Первая часть считается по формуле: $B = S / N$,

где: B – первая часть основного платежа; S – сумма взятого кредита;

N –количество месяцев в периоде, на который взят кредит.

Величины процентов, которые нужно выплатить определяется по формуле:

$$p = Sn \times P / 12,$$

где: p – сумма начисленных процентов к уплате; Sn – размер оставшейся заемной суммы;

P – годовая процентная ставка, которая установлена договором кредитования.

Для подсчета величины оставшейся задолженности на определенный момент времени, нужно воспользоваться формулой:

$$Sn = S - (B \times n),$$

где: n – это количество прошедших расчетных периодов.

ОСНОВНЫЕ ТИПЫ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В ПРОФИЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ

I. КРЕДИТЫ

II. ВКЛАДЫ
III. АКЦИИ И ДРУГИЕ ЦЕННЫЕ БУМАГИ
IV. ЗАДАЧИ НА ОПТИМИЗАЦИЮ
V. НЕСТАНДАРТНЫЕ ЗАДАЧИ

1.КРЕДИТЫ

1. ФИКСИРОВАННЫЕ ПЛАТЕЖИ

1 тип: Вычисление процентной ставки по кредиту.

При решении задач связанных с ***фиксированными, аннуитетными платежами*** удобно заполнять следующую таблицу:

S – сумма кредита,

r% - годовые (ежемесячные) проценты

b=1+0,01r – коэффициент,

x – ежегодная (ежемесячная) выплата

Год	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
0			S
1 год	Sb	x	Sb-x
2 год	$(Sb-x)b=Sb^2-xb$	x	Sb^2-xb-x
3 год	$(Sb^2-xb-x)b=Sb^3-x\,b^2-xb$	x	$Sb^3-x\,b^2-xb-x$
4 год	$(Sb^3-x\,b^2-xb-x)b= Sb^4-xb^3-xb^2-xb$	x	$Sb^4-xb^3-xb^2-xb-x$
5 год	$(Sb^4-xb^3-xb^2-xb-x)b= Sb^5-xb^{4-}xb^3-xb^2-$ xb	x	$Sb^5-xb^{4-}xb^3-xb^2-xb-x$
6 год	$(Sb^5-xb^{4-}xb^3-xb^2-xb-x)b= Sb^6-xb^5-xb^{4-}$ $xb-^3xb^2-xb$	x	$Sb^6-xb^5-xb^{4-}xb-^3xb^2-xb-x$
n год	$Sb^n-xb^{n-1}-xb^{n-2}-\ldots-xb^2-xb$	x	Полная выплата, долг равен 0

Задача №1.

31 декабря 2014 года Валерий взял в банке 1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на

оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на определённое количество процентов), затем Валерий переводит очередной платеж. Валерий выплатил кредит за два платежа, переводя в первый раз 660 тыс рублей, во второй — 484 тыс. рублей. Под какой процент банк выдал кредит Валерию?

Решение

Кредит (S) 1000000 руб.

Введѐм коэффициент b=1+0,01r

1 год выплата – x_1=660000руб. 2 год выплата – x_2=484000 руб.

r-?

Год	Долг с %	Платѐж	Долг после выплаты
0			S
1 год	Sb	x_1	$Sb-x_1$
2 год	$b(Sb-x_1) =Sb^2-bx_1$	x_2	-

$Sb^2-x_1b=x_2$

$1000000b^2-660000b-484000=0$

$1000b^2-660b-484=0$

$D=660^2+4\cdot 1000\cdot 484=435600+1936000=2371600$

$$b1=\frac{660+1540}{2000}=1,1$$

$$b_2=\frac{660-1540}{2000}<0,$$ не удовлетворяет условию задачи.

b=1+0,01r

r=10

Ответ: 10

Задача№2.

31 декабря 2014 года Арсений взял в банке 1 млн. рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на определѐнное количество процентов), затем Арсений переводит очередной транш. Арсений выплатил кредит за два транша, переводя в первый раз 550 тыс. рублей, во второй – 638,4 тыс. рублей. Под какой процент банк выдал кредит Арсению?

Решение:

Кредит (S) 1000000 руб.

Введѐм коэффициент b=1+0,01r

1 год выплата – x_1=550000руб.

2 год выплата – x_2=638400 руб.

r-?

Год	Долг с %	Платѐж	Долг после выплаты
0			S
1 год	Sb	x_1	$Sb-x_1$
2 год	$b(Sb-x_1) =Sb^2-bx_1$	x_2	-

$Sb^2-x_1b=x_2$

$1000000b^2-550000b-638400=0$

$10000b^2-5500b-6384=0$

$D=5500^2+4\cdot 10000\cdot 6384=30250000+255360000=285610000$

$$b1=\frac{5500+16900}{20000}=1,12$$

$b_2=\frac{5500-16900}{20000}<0$, не подходит по условию задачи.

$b=1+0{,}01r$

Ответ: r=12.

Задача №3.(Решить самостоятельно)

31 декабря 2014 года Антон взял в банке 1 млн. рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на определенное количество процентов), затем Антон переводит очередной транш. Антон выплатил кредит за два транша, переводя в первый раз 510 тыс. рублей, во второй – 649 тыс. рублей. Под какой процент банк выдал кредит Антону?

2 тип: Задачи, связанные с известным остатком.

Задача №1.

15-го января был выдан полугодовой кредит на развитие бизнеса. В таблице представлен график его погашения.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в процентах от кредита)	100%	90%	80%	70%	60%	50%	0%

В конце каждого месяца, начиная с января, текущий долг увеличивался на 5%, а выплаты по погашению кредита происходили в первой половине каждого месяца, начиная с февраля. На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

Решение:

S – сумма кредита

r% - годовые (ежемесячные) проценты (5%) $b=1+0{,}01r$ коэффициент (1,05)

Месяц	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
15.01			S
15.02	Sb	Sb-0,9S	0,9S
15.03	0,9Sb	0,9Sb -0,8S	0,8S
15.04	0,8Sb	0,8Sb -0,7S	0,7S
15.05	0,7Sb	0,7Sb -0,6S	0,6S
15.06	0,6Sb	0,6Sb -0,5S	0,5S
15.07	0,5Sb	0,5Sb	Полная выплата - остаток 0

Общая сумма выплат:

(Sb+0,9Sb+0,8Sb+0,7Sb+0,6Sb+0,5Sb)-(0,9S+0,8S+0,7S+0,6S+0,5S)=
=4,5Sb-3,5S=S(4,5b-3,5)=S(4,5*1,05-3,5)=1,225S

Ответ: 22,5 процента.

Задача №2.

15-го января планируется взять кредит в банке на 1 млн рублей на 6 месяцев. Условия его возврата таковы:

− 1-го числа каждого месяца долг возрастает на целое число r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца;

− со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

− 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r, при котором общая сумма выплат будет составлять менее 1,2 млн рублей.

Решение:

S – сумма кредита (1000000рублей) Найти : r% - годовые (ежемесячные) проценты b=1+0,01r – коэффициент

Месяц	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
15.01			S
15.02	Sb	Sb-0,6S	0,6S
15.03	0,6Sb	0,6Sb -0,4S	0,4S
15.04	0,4Sb	0,4Sb -0,3S	0,3S
15.05	0,3Sb	0,3Sb -0,2S	0,2S
15.06	0,2Sb	0,2Sb -0,1S	0,1S
15.07	0,1Sb	0,1Sb	Полная выплата -остаток 0

Общая сумма выплат:

(Sb+0,6Sb+0,4Sb+0,3Sb+0,2Sb+0,1Sb)-(0,6S+0,4S+0,3S+0,2S+0,1S)=

=2,6Sb-1,6S=S(2,6b-1,6)=1*(2,6b-1,6)=2,6b-1,6

2,6b-1,6<1,2 ; 2,6b<2,8 ; b<1,076 ; b=1,07 ; r=7

Ответ: 7 процентов.

Задача №3.

В июле 2016 года планируется взять кредит в банке в размере S тыс. рублей, где S — натуральное число, на 3 года. Условия его возврата таковы:

− каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;

− с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

− в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в тыс. рублей)	S	0,7S	0,4S	0

Найдите наименьшее значение S, при котором каждая из выплат будет составлять целое число тысяч рублей.

Решение:

S – сумма кредита

r% - годовые (ежемесячные) проценты (15%) b=1+0,01r – коэффициент (1,15)

Год	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
2016			S
2017	Sb	Sb-0,7S	0,7S
2018	0,7Sb	0,7Sb -0,4S	0,4S
2019	0,4Sb	0,4Sb	Полная выплата - остаток 0

1 выплата 1,15S-0,7S= 0,45S=45/100S=9/20 S

2 выплата 0,7*1,15S-0,4S= 0,405S=405/1000 S=81/200 S

3 выплата 0,4*1,15S= 0,46S=46/100 S=23/50 S

По условию, все выплаты должны быть целыми. Значит, число *S* должно делиться на 20, 200 и 50. Наименьшее общее кратное этих чисел равно 200.

Ответ: 200 тысяч.

2. АННУИТЕНТНЫЕ ПЛАТЕЖИ

1 тип: Нахождение количества лет (месяцев) выплаты кредита.

Задачи на определение срока кредита являются одними из самых сложных. Это связано с тем, что необходимо найти неизвестную величину, которая находится в показателе степени в формуле сложных процентов; если процентная ставка не является кратной 10, то необходимо выполнять вычисления с десятичной дробью, имеющей как минимум 2 знака после запятой. А можно воспользоваться способом непосредственного вычисления.

Задача №1

Максим хочет взять кредит 1,5 млн рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10% годовых. На какое минимальное количество лет может Максим взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 350 тысяч рублей?

Решение:

Кредит нужно погасить как можно быстрее, соответственно выплаты должны быть наибольшими. По условию задачи наибольшая выплата может составлять 350 тысяч рублей. Составим таблицу для нашей задачи. У нас есть первоначальный долг в 1,5 млн. рублей, на него начисляются 10% процентов. Максим выплачивает 350 тысяч рублей, после чего на оставшуюся сумму снова начисляются 10%. Максим выплачивает 350 тысяч рублей, и так несколько лет. Собственно, количество лет мы и должны узнать.

Кредит (S) 1500000 руб.

Ставка (r) 10% годовых. Введѐм коэффициент $b=1+0,01r$

Ежегодная выплата (x) ≤ 350000 руб.

Сколько лет (n)-?

Год	Долг с %	Платѐж	Долг после выплаты
0			1500000
1 год	1500000•1,1=1650000	350000	1300000
2 год	1300000•1,1=1430000	350000	1080000
3 год	1080000•1,1=1188000	350000	838000
4 год	838000•1,1=921800	350000	571800
5 год	571800•1,1=628980	350000	278980
6 год	278980•1,1=306878	306878	0

Ответ: 6 лет.

Задача №2.(Решить самостоятельно)

1 января 2015 года Павел Витальевич взял в банке 1 млн. рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1% на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Павел Витальевич переводит в банк платеж. На какое минимальное количество месяцев Павел Витальевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 125 тыс. рублей?

Задача №3.

Андрей Петрович взял кредит на несколько лет и выплатил его равными ежегодными платежами по 200 000 руб. При этом в начале каждого года сумма кредита увеличивалась на 10%, а в конце года производился платѐж. Если бы Андрей Петрович не делал платежей, то за это время вследствие начисления процентов сумма кредита составила бы 928 200 руб. На сколько лет был взят кредит?

Решение.

Кредит (S).

Ставка (r) 10% годовых. Введѐм коэффициент b=1+0,01r=1,1

Ежемесячная выплата (x) =200 000 руб.

Сколько лет –(n)-?

Месяц	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
0			S
1 год	Sb	x	Sb-x
2 год	$(Sb-x)b=Sb^2-xb$	x	Sb^2-xb-x
3 год	$(Sb^2-xb-x)b=Sb^3-xb^2-xb$	x	$Sb^3-x\,b^2-xb-x$
n год	$Sb^n-xb^{n-1}-xb^{n-2}-\ldots-xb^2-xb$	x	$Sb^n-xb^{n-1}-xb^{n-2}-\ldots-xb^2-xb-x=0$

Преобразуем выражение для долга в конце *n*-го года:

$$Sb^n-xb^{n-1}-xb^{n-2}-\ldots-xb^2-xb-x = Sb^n-x(b^{n-1}+b^{n-2}+\ldots+b^2+b+1) = Sb^n - x\,\frac{b^n-1}{b-1}$$

Если бы заѐмщик не делал платежей, то сумма кредита составила бы 928 200 руб.:

$Sb^n - 0\,\frac{b^n-1}{b-1} = 928\,200$, $Sb^n = 928\,200$

Кредит был выплачен равными ежегодными платежами по 200 000 руб.,

Поэтому $Sb^n - 200000\,\frac{b^n-1}{b-1} = 0$

Подставляя Sb = 928 200 находим:

$928\,200 - 200\,000\,\frac{b^n-1}{b-1} = 0$

$928\,200-200\,000 * (1{,}1^n-1 : 1{,}1-1)=0$

$(1{,}1^n-1 : 1{,}1-1) = 928\,200 : 200\,000$

$(1{,}1^n-1 : 1{,}1-1) = 4{,}641$

$1{,}1^n-1 = 4{,}641(1{,}1-1)$

$1{,}1^n-1 = 4{,}641*0{,}1$

$1{,}1^n = 0{,}4641+1$

$1{,}1^n = 1{,}4641$, n=4

Ответ: кредит был взят на 4 года.

2 тип: Нахождение суммы кредита.

Задача№ 1.

31 декабря 2014 года Сергей взял в банке некоторую сумму в кредит под 12% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12%), затем Сергей переводит в банк 3512320 рублей. Какую сумму взял Сергей в банке, если он выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

Решение:

Ставка (r) - 12% , b=1,12

Ежегодная выплата (x) - 3512320 рублей
Количество лет (n) 3 года Сумма кредита (S) -?

Год	Долг с %	Платѐж	Долг после выплаты
0			S
1 год	Sb	x	Sb-x
2 год	$b(Sb-x)= Sb^2-xb$	x	Sb^2-xb-x
3 год	$b(Sb^2-xb-x)=Sb^3- xb^2-xb$	x	-

$Sb^3-xb^2-xb=x$
$Sb^3-xb^2-xb-x=0$
$Sb^3-x(1+b+b^2)=0$
$S= x(1+b+b^2)/b^3= 3512320(1+1,12+1.12^2)/1,12^3 =(3512320(1+1,12+1,2544))/1,404928=$
$(3512320\bullet 3,3744)/1,404928=8436000$руб
Ответ: 8436000рублей.

Задача №2.(решить самостоятельно)

Игорь взял автокредит на 2 года в размере 1 500 000 руб. под 12% годовых. Рассчитайте размер ежемесячного платежа Игоря по кредиту, если он осуществлялся Равными ежемесячными траншами (аннуитетными платежами).

3 тип: Нахождение ежегодного (ежемесячного) транша.

Задача №1.

31 декабря 2014 года Алексей взял в банке 9282000рублей в кредит по 10% годовых. Схема выплат кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Алексей переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X, чтобы Алексей выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

Решение:
Сумма кредита (S)-9282000 рубля
Ставка (a)=10%, b=1,1
Количество лет (n) 4 года
Ежегодная выплата (транш) X -?

Год	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
0			S
1 год	Sb	x	Sb-x
2 год	$(Sb-x)b=Sb^2-xb$	x	Sb^2-xb-x
3 год	$(Sb^2-xb-x)b=Sb^3-x b^2-xb$	x	$Sb^3-x b^2-xb-x$
4 год	$(Sb^3-x b^2-xb-x)b= Sb^4- xb^3-xb^2-xb$	x	Полная выплата - остаток 0

$Sb^4-xb^3-xb^2-xb = x$
$Sb^4- x(b+b^2+b^3)= x$
$Sb^4-(1+b+b^2+b^3)x=0$
$X= Sb^4: (1+b+b^2+b^3)$
$X=(9\,282\,000*1,1^4) : (1+1,1+1,1^2+1.1^3) =(9\,282\,000*1,4641) : (1+1,1+1,21+1,331)=$
$=13\,589\,776:1,641= 2\,928\,200$

Ответ: 2 928 200 рублей.

Задача №2.

31 декабря 2014 года Павел взял в банке 6327000 рублей в кредит по 12% годовых. Схема выплат кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12%), затем Павел переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X, чтобы Павел выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

Решение:

Сумма кредита (S)- 6327000 рубля
Ставка (a)=12%, b=1,12
Количество лет (n) 3 года
Ежегодная выплата (транш) X -?

Год	Долг с %	Платѐж	Долг после выплаты
0			S
1 год	Sb	x	Sb-x
2 год	$b(Sb-x)= Sb^2-xb$	x	Sb^2-xb-x
3 год	$b(Sb^2-xb-x)=Sb^3-xb^2-xb$	x	-

$Sb^3-xb^2-xb = x$
$Sb^3- x(b+b^2)= x$
$Sb^4-(1+b+b^2)x=0$
$X= Sb^4$**:** $(1+b+b^2)$
$X=(6\ 327\ 000*1{,}12^3)$ **:** $(1+1{,}12+1{,}12^2) = 2\ 634\ 240$
Ответ: 2 634 240 рублей.

4 *тип*: Нахождение разницы.

Задача №1.

31 декабря 2014 года Федор взял в банке 6951000рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплат кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Федор переводит в банк платеж. Весь долг Федор выплатил за 3 равных платежа. На сколько рублей меньше он бы отдал банку, если бы смог выплатить долг за 2 равных платежа?

Решение:

Сумма кредита (S) – 6951000 рублей Ставка (r) 10%,b=1,1
3 равных платежа

Год	Долг с %	Платѐж	Долг после выплаты
0			S
1 год	Sb	x	Sb-x
2 год	$b(Sb-x)= Sb^2-xb$	x	Sb^2-xb-x
3 год	$b(Sb^2-xb-x)=Sb^3-xb^2-xb$	x	-

$Sb^3-xb^2-xb=x$

$Sb^3-xb^2-xb-x =0$

$Sb^3 – x (1+b+ b^2) = 0$

$X= Sb^3 : (1+b+ b^2)=(6\ 951\ 000*1.331) : (1{,}1^2+1{,}1+1) =2\ 795\ 100$рублей

2 равных платежа

Год	Долг с %	Платѐж	Долг после выплаты
0			S
1 год	Sb	x	Sb-x
2 год	$b(Sb-x)= Sb^2-xb$	x	-

$Sb^2-xb=x$

$Sb^2-(1+b)x=0$

X= Sb^2 : (1+b)=(6 951 000*1.21) : (1,1+1) =4 005 100рублей

За три года: 2795100*3=8385300

За два года:4005100 * 2=8010200

Разница: 8385300-8010200=375100

Ответ: на 375100 рублей.

Задача№2. (Решить самостоятельно)

31 декабря 2014 года Степан взял в банке 4004000 рублей в кредит под 20% годовых. Схема выплат кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20%), затем Степан переводит в банк платеж. Весь долг Степан выплатил за 3 равных платежа. На сколько рублей меньше он бы отдал банку, если бы смог выплатить долг за 2 равных платежа?

Задача №3. (Решить самостоятельно)

31 декабря 2014 года Алексей взял в банке 3689000 рублей в кредит под 12,5% годовых. Схема выплат кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года

банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Алексей переводит в банк платеж. Весь долг Алексей выплатил за 3 равных платежа. На сколько рублей меньше он бы отдал банку, если бы смог выплатить долг за 2 равных платежа?

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. 31 декабря 2018 года Ваня взял в банке кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20%), затем Ваня переводит в банк платёж. Весь долг Ваня выплатил за 2 равных платежа по 144т.р. Какую сумму Ваня взял в кредит?
2. В июле 2018 года планируется взять кредит в банке. Условия его возврата таковы: — каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года; — с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга. Сколько рублей необходимо взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами, и банку будет выплачено 311 040 рублей?
3. 1 января 2010 года Иван взял в банке 100 000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 10 процентов на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Иван переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Иван может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 50 тыс. рублей?
4. В июле 2020 года планируется взять кредит на некоторую сумму. Условия возврата таковы:

— в январе каждого года долг увеличивается на 30% по сравнению с предыдущим годом;

— с февраля по июнь нужно выплатить часть долга одним платежом. Определите, на какую сумму взяли кредит банке, если известно, что кредит был выплачен тремя равными платежами (за 3 года) и общая сумма выплат на 156 060 рублей больше суммы взятого кредита.

3. ДИФФЕРЕНЦИРОВАННЫЕ ПЛАТЕЖИ

При решении задач, связанных с ***дифференцированными платежами*** удобно использовать следующую таблицу:

Месяц	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
0			S
1	Sb	$Sb-\frac{(n-1)S}{n}$	$\frac{(n-1)S}{n}$
2	$\frac{(n-1)Sb}{n}$	$\frac{(n-1)Sb}{n}-\frac{(n-2)S}{n}$	$\frac{(n-2)S}{n}$
n-1	$\frac{2Sb}{n}$	$\frac{2Sb}{n}-\frac{S}{n}$	$\frac{S}{n}$
N	$\frac{Sb}{n}$	$\frac{Sb}{n}$	0

Задача№1.

Алексей взял кредит в банке на срок 12 месяцев. По договору Алексей должен вернуть кредит ежемесячными платежами. В конце каждого месяца к оставшейся сумме долга добавляется r % этой суммы и своим ежемесячным платежом Алексей погашает эти добавленные проценты и уменьшает сумму долга. Ежемесячные платежи подбираются так, чтобы долг уменьшался на одну и ту же величину каждый месяц (на практике такая схема называется «схемой с дифференцированными платежами»). Известно, что общая сумма, выплаченная Алексеем банку за весь срок кредитования, оказалась на 13 % больше, чем сумма, взятая им в кредит. Найдите r.**Решение:** Сумма кредита (S), ставка (r) -? %, b=1+0,01r

Месяц	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
0			S
1	Sb	$Sb-\frac{11S}{12}$	$\frac{11S}{12}$
2	$\frac{11Sb}{12}$	$\frac{11Sb}{12}-\frac{10S}{12}$	$\frac{10S}{12}$
3	$\frac{10Sb}{12}$	$\frac{10Sb}{12}-\frac{9S}{12}$	$\frac{9S}{12}$
4	$\frac{9Sb}{12}$	$\frac{9Sb}{12}-\frac{8S}{12}$	$\frac{8S}{12}$
5	$\frac{8Sb}{12}$	$\frac{8Sb}{12}-\frac{7S}{12}$	$\frac{7S}{12}$
6	$\frac{7Sb}{12}$	$\frac{7Sb}{12}-\frac{6S}{12}$	$\frac{6S}{12}$
7	6Sb	6Sb 5S	5S

	12	12 − 12	12
8	$\frac{5Sb}{12}$	$\frac{5Sb}{12}-\frac{4S}{12}$	$\frac{4S}{12}$
9	$\frac{4Sb}{12}$	$\frac{4Sb}{12}-\frac{3S}{12}$	$\frac{3S}{12}$
10	$\frac{3Sb}{12}$	$\frac{3Sb}{12}-\frac{2S}{12}$	$\frac{2S}{12}$
11	$\frac{2Sb}{12}$	$\frac{2Sb}{12}-\frac{S}{12}$	$\frac{S}{12}$
12	$\frac{Sb}{12}$	$\frac{Sb}{12}$	0

Sb(1+11/12+10/12+9/12+8/12+7/12+6/12+5/12+4/12+3/12+2/12+1/12)-S(11/12+10/12+9/12+ +8/12+7/12+6/12+5/12+4/12+3/12+2/12+1/12)=1,13S

78Sb/12-66S/12=1,13S /: S
78b/12-66/12=1,13
78 b =1,13*12+66
b = (13,56+66):78
b = 79,56:78
b = 1,02
r=2%

Ответ:2%.

Задача№2. (Решить самостоятельно)

15 января планируется взять кредит в банке на 9 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что на пятый месяц кредитования нужно выплатить 57,5 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение всего срока кредитования?

Решение:

Сумма кредита (S)
Ставка (r) -3 %, b=1,03 n=9 Сумма всех выплат =?

Задача№3. **(Решение с помощью формулы суммы арифметической прогрессии)**

15-го января планируется взять кредит в банке на несколько месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 5% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

На сколько месяцев можно взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 25% больше суммы, взятой в кредит.

Решение: Сумма кредита (S) , ставка (r) -5 %, b=1,05 n=?

Месяц	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
0			S

1	Sb	Sb$-\frac{(n-1)S}{n}$	$\frac{(n-1)S}{n}$
2	$\frac{(n-1)Sb}{n}$	$\frac{(n-1)Sb}{n}-\frac{(n-2)S}{n}$	$\frac{(n-2)S}{n}$
n-1	$\frac{2Sb}{n}$	$\frac{2Sb}{n}-\frac{S}{n}$	$\frac{S}{n}$
n	$\frac{Sb}{n}$	$\frac{Sb}{n}$	0

По формуле суммы арифметической прогрессии получаем

(Sb*n(n+1)) / 2n-(S*n(n+1)) / 2n=1,25S

$b*\frac{(n+1)}{2}-\frac{(n-1)}{2}=1,25$

1,05*(n+1)-(n-1)=2,5

1,05n+1,05-n+1=2,5

0,05n=0,45

n=9

Ответ: 9 месяцев.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. 15-го января планируется взять кредит в банке на девять месяцев на 1млн. рублей. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 5% по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита?

2.15-го января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев.
Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возврастает на 5% по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
На какую сумму был взят кредит, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита равна 225 тыс. рублей.?

3.15-го января планируется взять кредит в банке на несколько месяцев.
Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 5% по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
На сколько месяцев можно взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 25% больше суммы, взятой в кредит.

4.15 января планируется взять кредит в банке на 2 года. Условия его возврата таковы:

-1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
-со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
-15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
Известно, что за 15-ый месяц кредитования нужно выплатить 44 тыс.рублей. Сколько рублей нужно будет вернуть банку в течение всего срока кредитования?

2. ВКЛАДЫ

Задачи на вклады вполне посильны ученикам основной школы после темы: «Прогрессии»

Арифметическая прогрессия

Определение. Последовательность чисел, в которой каждое следующее отличается от предыдущего ровно на одну и ту же величину, называется **арифметической прогрессией.**

Любой член арифметической прогрессии вычисляется по формуле: $a_n = a_1 + (n-1)d$

Формула суммы n-первых членов арифметической прогрессии $Sn=\frac{a1+d(n-1)}{2}*n$

С учѐтом этой формулы : $(n-1) + (n-2) +\ldots+3+2+1 = \frac{1+1(n-1)}{2}*(n-1) = \frac{n(n-1)}{2}$

$\frac{n-1}{n}+\frac{n-2}{n}+\ldots\frac{2}{n}+\frac{1}{n}=\frac{n(n-1)}{2n}==\frac{(n-1)}{2}$

$1+\frac{(n-1)}{n}+\frac{(n-2)}{n}+\ldots\frac{2}{n}+\frac{1}{n}=1+\frac{(n-1)}{2}=\frac{(n+1)}{n}$

Геометрическая прогрессия

Определение. **Геометрической прогрессией** называется последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же число.

Любой член геометрической прогрессии вычисляется по формуле:

$bn=b1\cdot q^{n-1}$

Формула суммы n-первых членов геометрической прогрессии

$Sn = b1(q^n-1) : (q-1)$

Из этой формулы следует: $b^{n-1}+b^{n-2}+\ldots+b^2+b+1=\frac{b^n-1}{b-1}$

S-сумма вклада,
r% - процентная ставка, n – срок

1.Клиент снимает деньги, начисленные по % конце года	2.Клиент снимает деньги в конце всего периода хранения
1 год: Sруб – 100% ? - r% ? = $\frac{Sруб*\ r\%}{100\%}$?= Sr/100 S+ Sr/100=(1+1/100)* Sруб 2 год: (1+2 r/100) * S ……… n-лет (1+nr/100)*S	1 год: (1+r/100)*S руб 2 год: (1+r/100)*S руб – 100% ? - r% ? = $\frac{(1+r/100)*S*r}{100}$ $(1+r/100)*S+\frac{(1+r/100)*S*r}{100}$ = $=(1+r/100)*S*(1+r/100) = (1+r/100)^2*S$

Арифметическая прогрессия-формула простых процентов	3 год: $(1+r/100)^3*S$ ……. n-лет $(1+r/100)^n*S$ Геометрическая прогрессия – формула сложных процентов

При решении задач по теме «Вклады»:

Год	Вклад с %
0	
1	Sb
2	Sb^2
n	Sb^n

При решении задач, в которых осуществлялись какие-либо действия (пополнение или снятие денег с вклада):

x – действие

Год	Вклад с %	Действие	Вклад после действия.
0			S
1 год	Sb	$+x$	$Sb+x$
2 год	$b(Sb+x)= Sb^2+xb$	$+x$	Sb^2+xb+x
3 год	$b(Sb^2+xb+x)=Sb^3-+xb^2+xb$	Снял вклад	

Задача№1.

Владимир поместил в банк 3600 тысяч рублей под 10% годовых. В конце каждого из первых двух лет хранения после начисления процентов он дополнительно вносил на счет одну и ту же фиксированную сумму. К концу третьего года после начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 48,5%. Какую сумму Владимир ежегодно добавлял к вкладу?

Решение:

S=3600 тысяч – сумма вклада
r% - годовые (ежемесячные) проценты, r=10% b=1+0,01r – коэффициент, b=1,1
n=3 года, x =? – действие

Год	Вклад с %	Действие	Вклад после действия.
0			S
1 год	Sb	$+x$	$Sb+x$
2 год	$b(Sb+x)= Sb^2+xb$	$+x$	Sb^2+xb+x
3 год	$b(Sb^2+xb+x)=Sb^3-+xb^2+xb$	Снял вклад	

$Sb^3+xb^2+xb = 1{,}485S$
$x(b^2+b) = 1{,}485S - Sb^3$
$x(1{,}21+1{,}1) = 1{,}485S - 1{,}331S$
$2{,}31x = 0{,}154*3600$
$2{,}31x = 554{,}4$
$x = 240$

Ответ: 240000.

Задача №2.

Близнецы Саша и Паша положили в банк по 50 000 рублей на три года под 10% годовых Однако через год и Саша, и Паша сняли со своих счетов соответственно 10% и 20% имеющихся денег. Еще через год каждый из них снял со своего счета соответственно 20 000 рублей и 15 000 рублей. У кого из братьев к концу третьего года на счету окажется большая сумма денег? На сколько рублей?

Решение:

S=50000 – сумма вклада

r% - годовые (ежемесячные) проценты, r=10% b=1+0,01r – коэффициент, b=1,1

n=3 года, x? – действие

Саша

Год	Вклад с %	Действие	Вклад после действия.
0			S
1 год	Sb	- 0,1Sb	0,9Sb
2 год	$0,9Sb*b=0,9Sb^2$	-20000	$0,9Sb^2$- 20000
3 год	$(0,9Sb^2$- 20000)*b = $0,9Sb^3$– 20000b	Снял вклад	

$0,9Sb^3$–20000b=0,9*50000*1,331–20000*1,1= 59895–22000 = 37895рублей

Паша

Год	Вклад с %	Действие	Вклад после действия.
0			S
1 год	Sb	- 0,2Sb	0,8Sb
2 год	$0,8Sb*b=0,9Sb^2$	-15000	$0,8Sb^2$- 15000
3 год	(0,8Sb2- 15000)*b = $0,8Sb^3$- 15000b	Снял вклад	

$0,8Sb^3$– 15000b = 0,8*50000*1,331–15000*1,1 = 53240–16500 = 36740рублей

37895 – 36740 = 1155 рублей

Ответ: у Саши на 1155 рублей.

Задача №3.

Гражданка Васильева вложила 44 млрд. рублей в два оффшорных банка на 3 года: часть денег в банк А, остальное в банк Б. Известно, что банк А ежегодно начисляет 10% годовых; банк Б в первый год начисляет 5% годовых, во второй – 10%, а в третий – 15%. Сколько рублей было вложено в каждый из банков, если через три года доход гражданки Васильевой от вложения денег составил 14 520 млн. рублей.

Решение:

S=44000млн – сумма вклада

r% - годовые (ежемесячные) проценты,

b=1+0,01r – коэффициент,

n=3 года

1 банк

Год	Проценты	Вклад с процентами
0		S
1 год	10%	1,1S
2 год	10%	1,12S=1,21S
3 год	10%	1,13S=1,331S

2 банк

Год	Проценты	Вклад с процентами
0		44000-S
1 год	5%	1,05(44-S)
2 год	10%	1,05*1,1S=1,155(44000-S)
3 год	15%	1,05*1,1*1,15S=1,32825(44000-S)

1,331S+1,32825(44000-S)-44000=14520

1,331S-1,32825S=14520-58443+44000

0,00275S=77

S=28000 млн=28 млрд положила в 1 банк

44-28=16млрд положила во 2 банк

Ответ: 28 млрд и 16 млрд рублей.

Задача №4.

1 ноября 2017 года Николай открыл в банке счѐт «Управляй», вложив S тысяч рублей (S – целое число) сроком на 4 года под 10% годовых. По договору с банком проценты по вкладу должны начисляться 31 октября каждого последующего года. 1 ноября 2019 года и 1 ноября 2020 года Николай планирует снять со счѐта 100 тысяч и 50 тысяч рублей соответственно. 1 ноября 2021 года Николай собирается закрыть счѐт в банке и забрать все причитающиеся ему деньги. Найдите наименьшее значение S, при котором доход Николая от вложений в банк за эти 4 года окажется более 70 тысяч рублей.

Решение:

S – сумма вклада

r% - годовые (ежемесячные) проценты, r=10% b=1+0,01r – коэффициент, b=1,1

n=4 года, x – действие

Год	Вклад с %	Действие	Вклад после действия.
2017			S
2018	Sb		Sb
2019	Sb^2	-100	Sb^2-100
2020	$b(Sb^2-100)=Sb^3-100b$	-50	$Sb^3-100b-50$
2021	$b(Sb^3-100b-50)= Sb^4100b^2-50b$	Снял вклад	

$Sb^4–100b^2-50b –S+150\geq 70$

$S(b^4–1)-100b^2-50b +150\geq 70$

$S(1,1^4–1)\geq 70-150+55+121$

$0,4641S \geq 96$

$S \geq 206,9$ S=207

Ответ: 207тысяч рублей.

Задача №5.(Решить самостоятельно)

Миша и Маша положили в один и тот же банк одинаковые суммы под 10% годовых. Через год сразу после начисления процентов Миша снял со своего счета 5000 рублей, а еще через год снова внес 5000 рублей. Маша, наоборот, через год доложила на свой счет 5000 рублей, а еще через год сразу после начисления процентов сняла со счета 5000 рублей. Кто через три года со времени первоначального вложения получит большую сумму и на сколько рублей?

Задача№6

Вклад в размере 10 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 10% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на х млн рублей, где х – целое число. Найдите наименьшее значение х, при котором банк за четыре года начислит на вклад больше7 млн рублей.

Решение:

S=10млн – сумма вклада

r% - годовые (ежемесячные) проценты, r=10% b=1+0,01r –

коэффициент, b=1,1

n=4 года, х – млн руб сумма дополнительно, $x \in N$, $x_{наим}$

S_0-начисленная сумма за 4 года, S_0>7 млн руб

1 год: Sb

2 год: Sb^2

3 год: Sb^2+x, $Sb^3+ bx$

4 год: $Sb^3+ bx+x$, $Sb^4+ b^2x+bx$

$S_0=(Sb^4+ b^2x+bx)- S>7$

$Sb^4+ b^2x+bx - S>7$

$x(в^2+в) > 7+S- Sb^4$

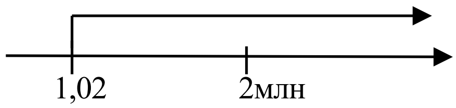
$x > \frac{7+S-Sb4}{b2+b}$

или $x(1,21+1,1) > 17-1,4641*10$

$x > \frac{17-14,641}{2,31}$

$x > \approx 1,02$, $x \in N$, $x_{наим}$

х=2 млн.руб



Ответ:2 млн.руб

Задача №7

Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвёртого года вклад ежегодно пополняется на 3 млн рублей. Найдите наибольший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет меньше 25 млн рублей.

Решение:

S-млн – сумма вклада, $S \in N$, $S_{наиб}$

r% - годовые (ежемесячные) проценты, r =10% b=1+0,01r

коэффициент, b=1,1

n=4 года, х = 3млн руб– млн руб, сумма дополнительно,

1 год: Sb

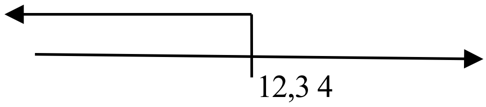
2 год: Sb^2

3 год: Sb^2+x, $Sb^3+ bx$

4 год: $Sb^3+ bx+x$, $Sb^4+ b^2x+bx$

$Sb^4+ b^2x+bx < 25$

$S < 12,34$



S=12млн

Ответ: 12 млн руб

4. ЗАДАЧИ НА ОПТИМИЗАЦИЮ

Задачи на оптимальный выбор – часть экономических задач, требующих составления целевой функции, описывающий некоторый процесс - функцию оплаты труда, выпуска продукции, распределения ресурсов и т.д.

Чаще всего при решении таких задач требуется найти наибольшее или наименьшее значение составленной функции. Для этого можно использовать производную функции, а можно некоторые дополнительные знания: вспомогательные неравенства (неравенство о средних, неравенство об обратных величинах и д.р.), известные точки минимума и максимума функции и т.д.

Достаточные признаки возрастания и убывания функции:

Если производная данной функции положительна для всех значений x в интервале (а; в), т.е. $f'(x) > 0$, то функция в этом интервале возрастает.

Если производная данной функции отрицательна для всех значений x в интервале (а; в), т.е. $f'(x) < 0$, то функция в этом интервале убывает

Порядок нахождения промежутков монотонности:

Найти область определения функции.

1.Найти производную функции.

2.Найти критические точки (точки, в которых производная не существует) и стационарные (точки, в которых производная равна нулю). Исследовать знак производной в промежутках, на которые найденные точки делят область определения функции.

Достаточное условие существования максимума состоит в смене знака производной при переходе через критическую точку с "+" на "-", а для минимума с "-" на "+". Если при переходе через критическую точку смены знака производной не происходит, то в данной точке экстремума нет

Задача№1

В распоряжении начальника имеется бригада рабочих в составе 24 человек. Их нужно распределить на день на два объекта. Если на первом объекте работает t человек, то их суточная зарплата составляет $4t^2$ условных единиц. Если на втором объекте работает t человек, то их суточная зарплата составляет t^2 у. е. (условных единиц). Как нужно распределить на эти объекты бригаду рабочих, чтобы выплаты на их суточную зарплату оказались наименьшими? Сколько у. е. в этом случае придется заплатить рабочим?

Решение:

Объекты	Количество рабочих	Суточная зарплата
1 объект	x	$4x^2$
2 объект	24-x	$(24-x)^2$
1+2 объекты	24	$4x^2+(24-x)^2$

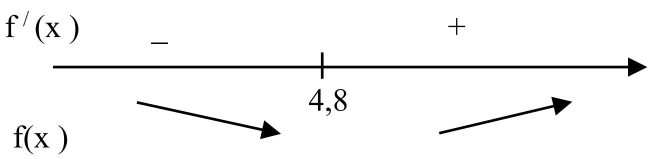
Рассмотрим функцию $f(x) = 4x^2+(24-x)^2$, $x \in [0; 24]$ (всех могут отправить на один объект), $x \in N$

$f(x) = 4x^2+576-48x+x^2$

$f'(x) = 10x-48$

$10x-48=0$

$x = 4,8$(не удовлетворяет условию), $x=0,1,2,3 \ldots\ldots 24$



если x=4, то $f(4) = 5*4^2-48*4+576=464$у.е.

если x=5, то f(5)= 5*25-48*5+576=461у.е.

Тем самым, на множестве натуральных значений аргумента наименьшее значение функции достигается в точке 5. Поэтому необходимо направить 5 рабочих на первый объект, 19 рабочих — на второй объект. Зарплата рабочих составит 461 у. е.

Ответ: 5 рабочих на 1-й объект, 19 рабочих на 2-й объект; 461 у. е.

Задача№2

Строительство нового завода стоит 75 млн рублей. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны 0,5x2+x+7 млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит px-(0,5x2+x+7). Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении p строительство завода окупится не более чем за 3 года?

Решение:

75млн.руб – стоит строительство завода ;

затраты на производство x тыс.ед. составляют- $0,5x^2+x+7$;

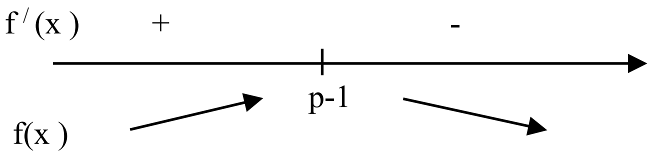
p-руб – цена 1 единицы продукции, тогда f(x) - функция прибыли.

$f(x) = px - 0,5x^2 - x - 7;\ x>0$

$f'(x) = p - x - 1$

$p - x - 1 = 0$

$x = p - 1$



$f'(p - 2) = -(p+2) + p - 1 = -p+2+p-1 = 1$

$f'(p) = -p+p-1 = -1$

Прибыль наибольшая при x=p-1, f(x) принимает наибольшее значение

$f(p-1) = 0,5(p-1)^2+p(p-1)-(p-1)-7 = 0,5(p^2-2p+1)+ p^2-p-p+1-7 = 0,5p^2-p+0,5+ p^2-p-p+1-7=$

$=1,5p^2-3p-6,5$

$f(p)=0,5p^2-p-6,5$

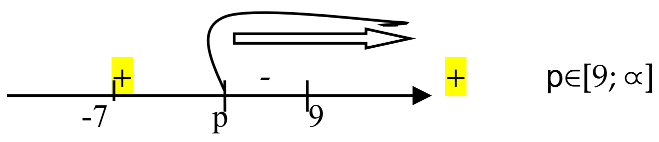
$3*(0,5p^2-p-6,5) \geqslant 75$

$0,5p^2-p-6,5 \geqslant 25$

$p^2-2p-13-50 \geqslant 0$

$p^2-2p-65 \geqslant 0$

$(p-9)(p+7) \geqslant 0$



Задача №3

В двух областях есть по 40 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 5 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,1 кг алюминия или 0,3 кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день требуется x^2 человека-часов труда, а для добычи y кг никеля в день требуется y^2 человека-часов труда. Для нужд промышленности можно использовать или алюминий, или никель, причём 1 кг алюминия можно заменить 1 кг никеля. Какую наибольшую массу металлов можно добыть в двух областях суммарно для нужд промышленности?

Решение:

Металл	1 область			2 область		
	Кол-во рабочих	За 1 час	За 1 сутки	Кол-во рабочих	Добывают в день (5 часов)	Человека-часы
алюминий		0,1кг	0,1*5	t	x	x^2
никель	40	0,3кг	0,3*5	40-t	y	y^2

1 область **:** 40* 0,3*5=40*1,5=60кг

2 область: $x^2=5t$, $x=\sqrt{5t}$

$y^2=5(40-t)$, $y=\sqrt{5(40-t)}$, $t \in [0; 24]$, $t \in N$

$f(t)=\sqrt{5t}+\sqrt{5(40-t)}$;

$f'(t) = \frac{5}{2\sqrt{5t}} + \frac{-5}{2\sqrt{200-5t}}$;

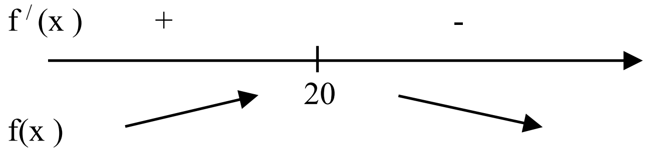
$\frac{5}{2\sqrt{5t}} - \frac{5}{2\sqrt{200-5t}} = 0$; $\frac{1}{\sqrt{5t}} - \frac{1}{\sqrt{200-5t}} = 0$;

$\sqrt{5t} - \sqrt{200-5t} = 0$

5t=200-5 t

10t=200

t=20



$f(20)=\sqrt{5*20} - \sqrt{200-5*20} = 20$кг

Итак 60+20=80 кг металла

Ответ: 80 кг

Задача №4

В двух областях есть по 160 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 5 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,1 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день требуется x^2 человеко-часов труда, а для добычи y кг никеля в день требуется y^2 человеко-часов труда. Для нужд промышленности можно использовать или алюминий, или никель, причём 1 кг алюминия можно заменить 1 кг никеля. Какую наибольшую массу металлов можно добыть в двух областях суммарно для нужд промышленности?

Решить самостоятельно:

1 область **:** 160* 0,3*5=240кг

2 область:

$f(t)=\sqrt{800-5t)}$, $t \in [0; 160]$, $t \in N$

Ответ:280 кг

Задача №5

Григорий является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят 3t единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят 4t единиц товара. За каждый час работы (на каждом из заводов) Григорий платит рабочему 500 рублей. Григорий готов выделять 5 000 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

Решение:

Объекты	Суммарное время работы	Количество единиц товара
1 объект	x^2	3x
2 объект	y^2	4y
1+2 объекты	x^2+y^2	3x+4y

$500(x^2+y^2)=5\,000\,000$

$x^2+y^2 = 10\,000$

$y^2 =10000- x^2$

$y = \sqrt{10000-x2}$ $x \in [0; 160], x \in N$

$\begin{cases} 10000- x^2 \geqslant 0 \\ x \geqslant 0 \end{cases}$

$f(x)=3x+ 4\sqrt{10000-x2}$

$f^{/}(x) =3+4*\frac{-2x}{2\sqrt{10000-x2}} = 3- \frac{4x}{\sqrt{10000-x2}}$

$f^{/}(x) = 0$

$3- \frac{4x}{\sqrt{10000-x2}} =0$

$3= \frac{4x}{\sqrt{10000-x2}}$

$3\sqrt{10000-x2} =4x$

$9(10000- x^2)=16x^2$

$90000=9 x^2+ 16x^2$

$90000=25 x^2$

$x^2=3600$

$x=60, x>0, 60[0; 100]$

$f(0)=3*0+4\sqrt{10000}=4*100=400$

$f(100)=3*100+4\sqrt{10000-10000}=3*100=300$

$f(60)=3*60+4\sqrt{10000-3600}=180 + 4*80=180 + 320=500$

Ответ:500

Задача №6. Решить самостоятельно

Борис является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары при использовании одинаковых технологий. Если рабочие на одном из заводов трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят t единиц товара. За каждый час работы на заводе, расположенном в первом городе, Борис платит рабочему 500 рублей, а на заводе, расположенном во втором городе, — 200 рублей. Борису нужно каждую неделю производить 70 единиц товара. Какую наименьшую сумму придётся тратить еженедельно на оплату труда рабочих?

Задача№7

В двух шахтах добывают алюминий и никель. В первой шахте имеется 60 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 2 кг алюминия или 3 кг никеля. Во второй шахте имеется 260 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 3 кг алюминия или 2 кг никеля.

Обе шахты поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 2 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом шахты договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

Решение:

60 человек по 5 часов в день

1 область	Количество рабочих	Часы в сутки	Количество за 1 час	Полное количество
алюминий	x	5	2	10x
никель	60-x	5	3	15(60-x)

260 человек по 5 часов в день

2 область	Количество рабочих	Часы в сутки	Количество за 1 час	Полное количество
алюминий	y	5	3	15y
никель	260-y	5	2	10(260-y)

Получаем, что всего алюминия производят 10x+15y

никеля: 15(60-x)+ 10(260-y)=3500-15x-10y

Так как для сплава необходимо, чтобы на 2 кг алюминия приходился 1 кг никеля, то: 10x+15y=2(3500-15x-10y)

10x+15y=7000-30x-20y

40x=7000-35y

$x = \frac{7000-35y}{40} = \frac{1400-7y}{8}$

Составим функцию массы сплава:

f(x;y)= 10x+15y +3500-15x-10y →наиб

f(x;y)= 3500-5x+5y →наиб

$f(y) = 3500-5 * \frac{1400-7y}{8} + 5y$ →наиб

$f(y) = \frac{21000+75y}{8}$ →наиб

Возьмѐм производную этой функции

$f^{/}(x) = \frac{75}{8} > 0$

Значит функция возрастает во всей области определения, т.е. принимает своѐ наибольшее значение при наибольшем значении у.

Так как $x = \frac{1400-7y}{8}$,   то 1400-7у≥0 , у≤ 200.

Проверим значение у=200, тогда х=0.

Масса сплава: 3500-5× 0 +5× 200=4500

Ответ: 4500 кг.

5.НЕСТАНДАРТНЫЕ ЗАДАЧИ, СВЯЗАННЫЕ С КРЕДИТОМ

Задача №1.

В июле 2016 года планируется взять кредит в размере 6,6 млн. руб. Условия возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего года.

— с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга.

— в июле 2017, 2018 и 2019 годов долг остается равным 6,6 млн. руб.

— суммы выплат 2020 и 2021 годов равны.

Найдите r, если в 2021 году долг будет выплачен полностью и общие выплаты составят 12,6 млн. рублей.

Решение: S=6,6

r% =? b=1+0,01r

Год	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
2016			S
2017	Sb	Sb-S	S
2018	Sb	Sb-S	S
2019	Sb	Sb-S	S
2020	Sb	x	Sb-x
2021	$(Sb-x)b= Sb^2-xb$	x	0

1) $Sb^2-xb=x$

2) $3Sb-3S+2x=12,6$

$19,8b-19,8+2x=12,6$ $x=16,29.9b$

1) $6,6\,b^2-(16,2-9,9b)b=16,2-9,9b$

$6,6\,b^2-16,2b+9,9\,b^2=16,2-9,9b$

$16,5\,b^2-6,3b-16,2=0$

$165\,b^2-63b-162=0$

$D=63^2+4\bullet162\bullet165=110889$

$b_1=1,2$

$b_2=-0,81$не подходит по условию задачи.

Ответ: r=20.

Задача №2.

Анатолий решил взять кредит в банке 331000 рублей на 3 месяца под 10% в месяц. Существуют две схемы выплаты кредита.

По первой схеме банк в конце каждого месяца начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Анатолий переводит в банк фиксированную сумму и в результате выплачивает весь долг тремя равными платежами (Аннуитетные платежи).

По второй схеме тоже сумма долга в конце каждого месяца увеличивается на 10%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Анатолием. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину (дифференцированные платежи). Какую схему выгоднее выбрать Анатолию? Сколько рублей будет составлять эта выгода?

Решение: Сумма кредита (S) – 331000 рублей Ставка (r) - 10%, b=1,1

Аннуитетные платежи.

Месяц	Долг с %	Платѐж	Долг после выплаты
0			S
1 месяц	Sb	x	Sb-x
2 месяц	$b(Sb-x)= Sb^2-xb$	x	Sb^2-xb-x
3 месяц	$b(Sb^2-xb-x)=Sb^3-xb^2-xb$	x	-

$Sb^3-xb^2-xb=x$ $Sb^3-(b^2+b+1)x=0$

$$x=\frac{331000*1{,}1^3}{1{,}1^2+1{,}1+1}$$

x=133100

3x=399300

Дифференцированные платежи.

Месяц	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
0			S
1	Sb	$Sb-\frac{2S}{3}$	$\frac{2S}{3}$
2	$\frac{2Sb}{3}$	$\frac{2Sb}{3}-\frac{S}{3}$	$\frac{S}{3}$
3	$\frac{Sb}{3}$	$\frac{Sb}{3}$	0

Sb(1+2/3+1/3) –S(2/3 +1/3)=2 Sb- S

2*331000*1,1- 331000=331000*1,2=397200

399300 – 397200= 2100

Ответ: дифференцированные платежи, выгода 2100 рублей.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Анатолий решил взять кредит в банке 210 000 рублей на 2 месяца под 10% в месяц. Существуют две схемы выплаты кредита. По первой схеме банк в конце каждого месяца начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Анатолий переводит в банк фиксированную сумму и в результате выплачивает весь долг двумя равными платежами (аннуитетные платежи). По второй схеме сумма долга в конце каждого из двух месяцев также увеличивается на 10%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Анатолием. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину (дифференцированные платежи). Какую схему выгоднее выбрать Анатолию? Сколько рублей будет составлять эта выгода?

2. 31 декабря 2014 года Валерий взял в банке 1 млн. рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на определённое количество процентов), затем Валерий переводит очередной транш. Валерий выплатил кредит за два транша, переводя в первый раз 660 тыс. рублей, во второй — 484 тыс. рублей. Под какой процент банк выдал кредит Валерию?

3. Светлана Михайловна взяла кредит в банке на 4 года на сумму 4 420 000 рублей. Условия возврата кредита таковы: в конце каждого года банк увеличивает текущую сумму долга на 10 %. Светлана Михайловна хочет выплатить весь долг двумя равными платежами — в конце второго и четвертого годов. При этом платежи в каждом случае выплачиваются после начисления процентов. Сколько рублей составит каждый из этих платежей?

ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ И ПОНЯТИЯ В ЭКОНОМИКЕ

Инвестиции - денежные средства, ценные бумаги, иное имущество, в том числе имущественные права, иные права, имеющие денежную оценку, вкладываемые в объекты предпринимательской и (или) иной деятельности в целях получения прибыли и (или) достижения иного полезного эффекта.

Ценная бумага - документ, соответствующий установленным законом требованиям и удостоверяющий обязательственные и иные права, осуществление или передача которых возможны только при предъявлении таких документов (документарные ценные бумаги). Ценными бумагами признаются также обязательственные и иные права, которые закреплены в решении о выпуске или ином акте лица, выпустившего ценные бумаги в соответствии с требованиями закона, и осуществление и передача которых возможны только с соблюдением правил учета этих прав в соответствии со статьей 149 Гражданского Кодекса РФ (бездокументарные ценные бумаги).

Примеры классических документарных ценных бумаг: вексель; разного рода чеки; депозитные и сберегательные сертификаты; банковские книжки.

Примеры бездокументарных ценных бумаг: акции, облигации. Эмиссионные бумаги, такие как облигации, а также акции, выпускаются в обеих формах, как в документарной, так и в бездокументарной.

Эмитент - организация, которая выпускает (эмитирует) ценные бумаги для развития и финансирования своей деятельности.

Акция - эмиссионная ценная бумага, закрепляющая права ее владельца на получение части прибыли акционерного общества в виде дивидендов, на участие в управлении акционерным обществ и на часть имущества, остающегося после его ликвидации. **Дивиденды** - часть прибыли компании, которую с определенной периодичностью получают акционеры по своим акциям.

Облигация - эмиссионная ценная бумага, закрепляющая право ее владельца на получение в срок, предусмотренный в ней, инвестиции от эмитента облигации ее номинальной стоимости или иного имущественного эквивалента. Облигация может также предусматривать право ее владельца на получение установленных в ней процентов либо иные имущественные права. Доходом по облигации являются процент и (или) дисконт. **Инвестиционный портфель** - набор инвестиций в различные инструменты, принадлежащий одному инвестору и сформированный в соответствии с определённой стратегией.

Инвестиционный риск - вероятность потери средств, неполучения от них полной отдачи, обесценения вложений инвестора. Фондовый рынок - совокупность экономических отношений по поводу эмиссии и обращения ценных бумаг между его участниками. Недвижимость - вид имущества, признаваемого в законодательном порядке недвижимым (например, земля, участки недр и все, что прочно связано с землей, иное имущество). **Бизнес** - это предпринимательская деятельность для получения прибыли.

Паевой инвестиционный фонд (ПИФ) - форма коллективных инвестиций, при которых инвесторы являются собственниками долей имущества фонда. Управление имуществом фонда осуществляется профессиональным участником рынка ценных бумаг - специализированной управляющей компанией.

Управляющая компания - юридическое лицо, имеющее лицензию на осуществление деятельности по доверительному управлению имуществом паевых инвестиционных фондов. Основные функции Управляющей компании: доверительное управление активами фонда, своевременное раскрытие информации как о фонде, так и о себе перед пайщиками и контролирующими органами.

Инвестиционный пай - именная ценная бумага, удостоверяющая долю ее владельца в праве собственности на имущество, составляющее паевой инвестиционный фонд, право требовать от управляющей компании надлежащего доверительного управления паевым инвестиционным фондом, право на получение денежной компенсации при прекращении договора доверительного управления паевым инвестиционным фондом со всеми владельцами инвестиционных паев этого фонда (прекращении паевого инвестиционного фонда).

Самостоятельная работа по теме: «Инвестиции»

Вариант I

1. Дайте определение термина «инвестиции» *(2 балла)*

2. Укажите три любых внутренних источника финансирования бизнеса и проиллюстрируйте каждый из них конкретным развернутым примером? *(1 балл за каждый правильно указанный источник и пример)*

Источник	**Пример**

3. В чем заключается сущность инвестиционного портфеля агрессивного инвестора? (*1 балл)*

4. Сергей решил инвестировать накопленные сбережения. 60% своих средств он разместил в виде облигаций федерального займа, 25% в виде акций ПАО «Сбербанк» и ПАО «Газпром», оставшиеся средства вложил в акции молодой компании, реализующей стартап. Можно ли считать инвестиционный портфель Сергея надежным? Свои ответ поясните. *(2 балла)*

5. Марина накопила крупную сумму и решила сохранить сбережения. Изучив банковский и финансовый рынки, Марина сделала свой выбор в пользу открытия счёта в банке. Дайте экономическое обоснование такого выбора Марины. *(2 балла)*

Вариант II

1. Дайте определение термина «инвестиционный портфель» *(2 балла)*

2. Укажите три любых внешних источника финансирования бизнеса и проиллюстрируйте каждый из них конкретным развернутым примером? *(1 балл за каждый правильно указанный источник и пример)*

Источник	**Пример**

3. В чем заключается сущность инвестиционного портфеля умеренного инвестора? *(1 балл)*

4. Анна решила инвестировать накопленные сбережения. 15% своих средств она разместила в виде облигаций федерального займа, 25% в виде акций ПАО «Сбербанк» и ПАО «Газпром», оставшиеся средства вложила в акции молодой компании, реализующей стартап. Можно ли считать инвестиционный портфель Анны надежным? Свои ответ поясните. *(2 балла)*

5. Иван накопил крупную сумму и решил сохранить сбережения. Изучив банковский и финансовый рынки, Иван сделал свой выбор в пользу открытия счёта в банке. Дайте экономическое обоснование такого выбора Ивана. *(2 балла)*

3.АКЦИИ И ДРУГИЕ ЦЕННЫЕ БУМАГИ

При решении экономических задач следует рассмотреть два типа дохода.

Тип 1: когда вы получаете доход от того, что ценная бумага, которую вы купили ранее, растет в цене. Например, сначала ценная бумага стоила 3 000, а через год стала стоить 4 000. Непосредственно этих 4 000 у вас нет, но вы можете продать ценную бумагу за 4 000 и получите больше, чем потратили за год до этого.

Тип 2: когда вы получаете некий процент от прибыли компании за то, что ранее приобрели ценную бумагу этой компании. Если вы являетесь владельцем акции, то доход данного типа вы получаете в форме дивидендов.

Помимо этого дохода вы также можете продать эту ценную бумагу и, если она теперь стоит больше, чем когда вы ее покупали, вы также получите прибыль. Это не все пути получения дохода от ценных бумаг, но других особенностей знать не нужно. При необходимости все дополнительные условия будут описаны в самой задаче.

Схема разделения дохода в задачах о ценных бумагах

Задача №1

Алексей приобрѐл ценную бумагу за 7 тыс. рублей. Цена бумаги каждый год возрастает на 2 тыс. рублей. В любой момент Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счѐт. Каждый год сумма на счѐте будет увеличиваться на 10 %. В течение какого года после покупки Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через тридцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счѐте была наибольшей?

Решение:

Год	Стоимость ценной бумаги
0	7000
1	7000+2000
2	7000+2×2000
3	7000+3×2000
n-1	7000+(n-1)×2000

На банковском счѐте:

Год	Стоимость ценной бумаги
n	b(7000+(n-1)×2000)
n+1	b^2(7000+(n-1)×2000)
15	b^{15-n}(7000+(n-1)×2000)

Чтобы сумма на банковском счѐте была наибольшей необходимо, чтобы процент (r) от стоимости ценной бумаги в n-ом году был больше, чем 2000 рублей

r(7000+(n-1)×2000)>2000

0,1(7000+2000n-2000)>2000

500+200n>2000

200n> 1500

n > 7,5

n=8

Ответ: 8 лет.

Задача №2

Григорий приобрѐл ценную бумагу компании за 9000 рублей в начале 2016 года. Компания находится на стадии активного роста, поэтому цена данной бумаги каждый год возрастает на 2000 рублей. В любой момент Григорий может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счѐт. Каждый год сумма на счѐте будет увеличиваться на 12 %. В начале какого года Григорий должен продать ценную бумагу, чтобы через 15 лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счѐте была наибольшей?

Решение:

Продать бумагу нужно тогда, когда прирост стоимости ценной бумаги станет меньше, чем банковский процент. Пусть это случится в год n.

К этому моменту n к изначальной цене акции 9000 прибавится n раз по 2000, тогда на текущий момент еѐ цена составит:

9000 + 2000n

Чтобы получить прирост, который Григорий получит, если хранить деньги в форме акции, необходимо ежегодный прирост (в данной задаче – 2000 рублей) поделить на накопленную к данному моменту сумму.

Прирост денежной суммы в банке всегда одинаков и равен предложенному проценту, то есть 0,12.

Год	*Цена акции*	*Прирост*	*В сравнении с 0,12*
0	*9000*	$\frac{2000}{9000}$	*>0,12*
1	*11000*	$\frac{2000}{11000}$	*>0,12*
2	*13000*	$\frac{2000}{13000}$	*>0,12*
3	*15000*	$\frac{2000}{15000}$	*>0,12*
4	*17000*	$\frac{2000}{17000}$	*<0,12*

Можно составить уравнение, которое объединит все строчки таблицы:

$$\frac{2000}{9000+2000n} = 0{,}12$$

$$2000 = 1080 + 240n$$

$$240n = 920$$

$$n = 3{,}8(3)$$

Григорий должен продать бумагу по прошествии 4 лет, то есть в начале 2020 года.

Ответ: 2020

Задачи для самоподготовки

1) В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — **целое** число. Условия его возврата таковы:

− каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

− с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

− в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	S	$0{,}7S$	$0{,}4S$	0

Найдите наименьшее значение S, при котором каждая из выплат будет больше 5 млн рублей.

2) Взяли кредит в банке на сумму 250 000 рублей под r% процентов годовых и выплатили за 2 года платежами 150 000 рублей в первый год и 180 000 рублей — во второй.

Найдите r.

3) В июле 2020 года планируется взять кредит на некоторую сумму. Условия возврата таковы:

— в январе каждого года долг увеличивается на 30% по сравнению с предыдущим годом;

— с февраля по июнь нужно выплатить часть долга одним платежом.

Определите, на какую сумму взяли кредита банке, если известно, что кредит был выплачен тремя равными платежами (за 3 года) и общая сумма выплат на 78 030 рублей больше суммы взятого кредита.

4) Георгий взял кредит в банке на сумму 804 000 рублей. Схема выплата кредита такова: в конце каждого года банк увеличивает на 10 процентов оставшуюся сумму долга, а затем Георгий переводит в банк свой очередной платеж. Известно, что Георгий погасил кредит за три года, причем каждый его следующий платеж был ровно вдвое меньше предыдущего. Какую сумму Георгий заплатил в третий раз? Ответ дайте в рублях.

5) 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 26 месяцев. Условия возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 25-й долг должен быть на 20 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

— к 15-му числу 26-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какой долг будет 15-го числа 25-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1407 тысяч рублей?

6) В июле планируется взять кредит в банке на сумму 9 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наибольший годовой платёж составит 1,5 млн рублей?

7) 15-го января был выдан полугодовой кредит на развитие бизнеса. В таблице представлен график его погашения.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в процентах от кредита)	100%	90%	80%	70%	60%	50%	0%

В конце каждого месяца, начиная с января, текущий долг увеличивался на 5%, а выплаты по погашению кредита происходили в первой половине каждого месяца, начиная с февраля. На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

8) Три сестры пришли на рынок и продавали поштучно цыплят. Первая принесла 16 цыплят, вторая — 25, третья — 30 цыпленка. Каждая из них часть товара продала утром, а часть — вечером. Утренняя цена одного цыпленка была у всех сестер одинаковая, и вечерняя цена тоже одинаковая, но более низкая (положительная). К вечеру весь товар был распродан, и дневная выручка (за утро и вечер) у всех сестер оказалась одинаковой: 7 руб 75 коп. Найдите общую утреннюю выручку (в рублях).

9) В банк был положен вклад под 10% годовых. Через год, после начисления процентов, вкладчик снял со счета 2000 рублей, а еще через год снова внес 2000 рублей. Вследствие этих действий через три года со времени открытия вклада вкладчик получил сумму меньше запланированной (если бы не было промежуточных операций со вкладом). На сколько рублей меньше запланированной суммы он получил?

Ответы:

1) ***11***; **2)** ***20***; **3)** ***119700***; **4)** ***133100***; **5)** ***400 000***; **6)** ***16,2***; **7)** ***14***; **8)** ***11***; **9)** ***220.***

Список литературы

1. Ященко И. В. и др. Подготовка к ЕГЭ по математике в 2019 году. профильный уровень. Методические указания / И. В. Ященко, С. А. Шестаков, МЦНМО,. М.: 2019.
2. Демонстрационный вариант контрольно-измерительных материалов единого государственного экзамена 2025 года по математике. Профильный уровень. Сайт http://www.ege.edu.ru/
3. Спецификация контрольно-измерительных материалов для проведения в 2025году единого государственного экзамена по математике. Профильный уровень. Сайт http://www.ege.edu.ru/
4. Материалы образовательного портала ege.sdamgia.ru
5. Материалы образовательного портала infourok.ru
6. Прокофьев А.А. «Рекомендации по подготовке к выполнению финансово-экономические задачи ЕГЭ профильного уровня».
7. Софья Колесникова: ЕГЭ. Математика. Экономические задачи